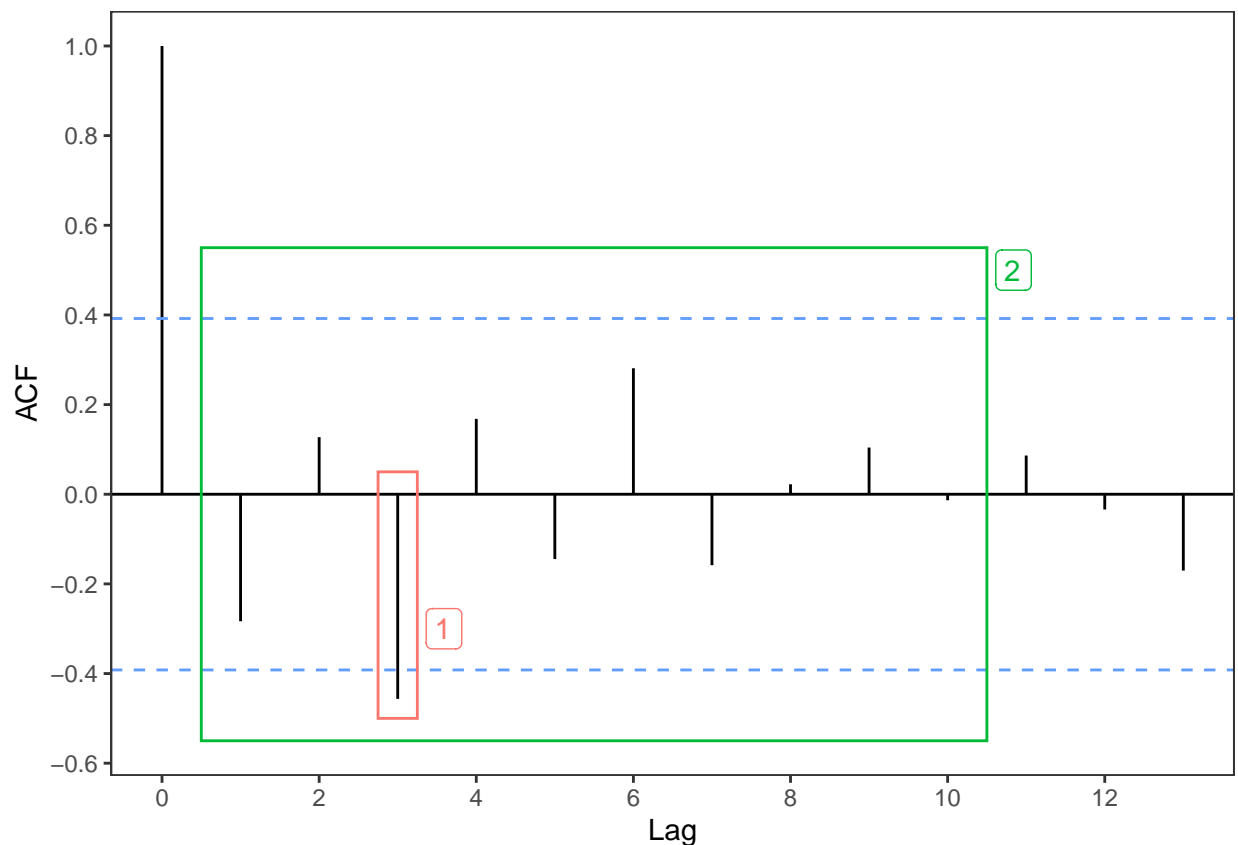


## Séries temporelles – devoir 2020-2021

Le devoir est à rendre impérativement au format **pdf** (tout autre format de document ne sera pas corrigé), à l'adresse mail **felix.cheysson@sorbonne-universite.fr**, avant le **vendredi 5 février** à 23h59 (pénalité de retard : 2 points par jour). Je porterai une grande attention à la forme et n'hésiterai pas à pénaliser les devoirs manquant de soin.

### Questions de cours (5 points + bonus)

La figure suivante représente la fonction d'autocorrélation empirique des résidus d'un modèle ARIMA(2,0,1).



1. À quel test fait référence la zone rouge (numérotée 1) ? Explicitez les hypothèses  $\mathcal{H}_0$  et  $\mathcal{H}_1$ , la statistique de test et sa loi sous  $\mathcal{H}_0$ , et la zone de rejet associée.
2. À quel test fait référence la zone verte (numérotée 2) ? Explicitez les hypothèses  $\mathcal{H}_0$  et  $\mathcal{H}_1$ , la statistique de test et sa loi sous  $\mathcal{H}_0$ , et la zone de rejet associée.
3. La statistique du test de la question 1 vaut -2.285, celle de la question 2 vaut 14.974. Que concluez-vous à propos du modèle ARIMA choisi ?

*Bonus* : Combien d'observations possède la série temporelle ? Commenter.

## Exercice théorique (5 points)

Cet exercice a pour but d'étudier l'effet de l'autocorrélation sur l'estimateur usuel de la moyenne. On considère un échantillon  $(X_1, \dots, X_n)$  de la série temporelle  $(X_t)$ . On suppose que cette série est stationnaire au second ordre, d'espérance nulle. On note  $\bar{X}_n$  la moyenne empirique de l'échantillon, définie par

$$\bar{X}_n = \frac{1}{n} \sum_i^n X_i.$$

Par la suite,  $(\varepsilon_t)$  désigne un bruit blanc gaussien de variance  $\sigma^2$ .

1. Pour chacun des deux cas suivants, donner l'expression de la variance de  $\bar{X}_n$ .
  - a. Lorsque la série est un processus moyenne mobile d'ordre 1 :

$$X_t = a\varepsilon_{t-1} + \varepsilon_t.$$

- b. Lorsque la série est un processus autorégressif d'ordre 1 :

$$X_t = aX_{t-1} + \varepsilon_t.$$

2. Calculez ces variances pour  $a \in \{-0.5; 0; 0.5; 1\}$ . Interprétez les résultats.

## Lecture critique d'article scientifique (10 points)

Mejdoubi, Kyndt, and Djennaoui (2020) explorent l'association entre les conditions météorologiques et la sévérité des indicateurs du Covid-19 (mortalité et admissions en réanimation). Effectuez une analyse critique de cet article, avec une attention particulière concernant les méthodes employées pour l'analyse de la corrélation entre les séries temporelles. N'hésitez pas à utiliser les données jointes pour vérifier la reproductibilité des résultats, ou affiner les analyses statistiques de l'article.

Quelques pistes de structure pour le rendu de ce travail :

1. Commencer par un résumé succinct du contexte, des objectifs, des méthodes et des résultats de l'article.
2. Discuter de la pertinence des résultats obtenus par les méthodes choisies dans l'article.
3. Effectuer une analyse statistique complémentaire pour renforcer ou infirmer les résultats de l'article.

Mejdoubi, Mehdi, Xavier Kyndt, and Mehdi Djennaoui. 2020. "ICU Admissions and in-Hospital Deaths Linked to Covid-19 in the Paris Region Are Correlated with Previously Observed Ambient Temperature." *Plos One* 15 (11): e0242268.